华图教师
HTEACHER.NET
SINCE 2001

2022年教师招聘考试

备考手册

数学

HTEACHER.NET HTEACHER.NET HTEACHER.NET HTE

目 录

第一模块 考情分析

一、考试内容分析

在各省份的教师招聘数学笔试中，主要集中是对于数学专业知识和数学教学知识的考查。其中数学专业知识部分在试卷中占据比重较大，知识点涉及范围较广。数学专业知识包括中小学所涉及到的数，代数式，复数，集合与简易逻辑，方程与不等式，函数，三角函数，数列，平面几何，立体几何，解析几何，统计与概率，另外还有大学数学所涉及到的极限，导数，积分，线性代数等。数学教学知识包括数学课程标准，数学教学论，数学案例分析、教学设计等。

二、备考策略

在数学笔试中涉及到的知识点非常多，出题形式灵活，这些都给考生复习备考造成困难，因此对于数学专业知识备考可以分为以下几个阶段：

1.研究考纲阶段

该阶段的任务是考生对报考省份的数学考试内容范围了解清楚，根据考纲要求梳理出各部分知识在笔试中所占的比重。另外可以根据真题要求进行自我摸底测试，明确自身的实际情况与考试要求的差距。接下来考生可以结合自身的情况，制定复习计划。

2.基础知识梳理

在此阶段，各位考生应当以梳理知识点为主并配合做对应专题的习题。这样可以巩固所复习的知识，同时也提高运算的准确性和高效性。建议考生每一专题复习结束后用思维导图将各模块知识之间建立联系，另外对于错题难题进行分类整理并分析原因。因为第二阶段在复习中最为关键，持续的时间也较长，为了更加高效地学习掌握知识和做题方法，考生可以选择有系统教研的辅导班来帮助自己。

3.综合练习阶段

在第二阶段全面复习结束后就应该做一些综合考点的题目，这部分题目主要的考查题型

华图教师 HTEACHER.NET SINCE 2001

为解答题，案例分析及教学设计。在复习备考的解答题综合练习阶段需要着重复习函数，三角函数，数列，平面几何，立体几何，解析几何，概率。另外对于案例分析和教学设计也可以分类型进行练习，掌握常规出题类型。综合练习阶段是一个将知识内化并综合应用的阶段，因此考生应该多分析，多总结答题思路和答题方法。

4.模拟考试阶段

基础复习之后，考生可以按照历年真题要求进行实战演练。建议考试最好能够尽可能逼真地模拟考试情境的各个方面，其中包括考试过程中做题顺序和每个题型时间的安排。在考试前一天考生尽量调整作息时间，以保证在考场上展现最佳水平。

华图教师 HTEACHER.NET SINCE 2001

第二模块 高频知识点汇总

一、数

- 数
  - 实数的分类
    - 有理数
    - 无理数
  - 实数的表示
    - 有效数字 四舍五入
    - 科学记数法 $\pm a\times 10^{n}\,(1\le a<10)$
  - 实数的运算
    - 实数的相反数、绝对值、倒数
    - 平方根、算术平方根和立方根
    - 比较大小
    - 整除
    - 尾数规律

二、复数

- 复数
  - 复数的概念
    - 复数$a+bi$
      - 实数$(b=0)$
        - 有理数——有限小数；无限循环小数
        - 无理数——无限不循环小数
      - 虚数$(b\ne 0)$
        - 纯虚数$(a=0)$
        - 非纯虚数$(a\ne 0)$
    - 复数相等
    - 共轭复数
  - 复数的表示
    - 复数的几何形式
    - 复数的向量形式
    - 复数的三角形式 $z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$
  - 复数的运算
    - 四则运算
      - 加法 $(a+b\mathrm{i})+(c+d\mathrm{i})=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$
      - 减法 $(a+b\mathrm{i})-(c+d\mathrm{i})=(a-c)+(b-d)\mathrm{i}$
      - 乘法 $(a+b\mathrm{i})\cdot(c+d\mathrm{i})=(ac-bd)+(bc+ad)\mathrm{i}$
      - 除法 $\dfrac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}=\dfrac{(a+b\mathrm{i})\cdot(c-d\mathrm{i})}{(c+d\mathrm{i})\cdot(c-d\mathrm{i})}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$
    - 幂运算 $\mathrm{i}^{4n}=1$，$\mathrm{i}^{4n+1}=\mathrm{i}$，$\mathrm{i}^{4n+2}=-1$，$\mathrm{i}^{4n+3}=-\mathrm{i}$，$n\in\mathbf{N}^*$

三、集合与简易逻辑


集合与简易逻辑
集合
集合的基本概念
集合的定义
集合的性质
确定性
互异性
无序性
特殊集合的表示符号
元素与集合的关系
属于
不属于
集合与集合的关系
相等
子集
真子集
区间
集合的表示方法
列举法
描述法
韦恩图法
集合的运算
并集
交集
补集
简易逻辑
相关概念
命题、复合命题
逻辑连接词、量词
四种命题
原命题
逆命题
否命题
逆否命题
四种条件
充分不必要条件
必要不充分条件
充要条件
既不充分也不必要条件

四、方程与不等式

- 定方程
  - 一元一次方程
  - 一元二次方程
    - 一般形式　$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$
    - 解法
      - 直接开平方法
      - 配方法
      - 公式法　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
      - 因式分解法
    - 判别式　$\Delta=b^2-4ac$
    - 韦达定理　$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$
  - 二元一次方程组
    - 代入消元法
    - 加减消元法
  - 分式方程
  - 无理方程
  - 绝对值方程
  - 指数方程与对数方程
    - 指数方程　$a^{f(x)}=a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$
    - 对数方程　$\log_a f(x)=b\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=a^b\\f(x)>0\end{cases}$

- 不等式
  - 不等式的性质
    - 基本性质
    - 运算性质
  - 均值不等式　$\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$
  - 极值定理　和定积最大，积定和最小
  - 不等式的解法
    - 一元一次不等式
    - 一元二次不等式
    - 高次不等式
    - 分式不等式
      - $\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0$
      - $\dfrac{f(x)}{g(x)}\geq 0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\cdot g(x)\geq 0\\g(x)\neq 0\end{cases}$
    - 绝对值不等式　$\begin{cases}|f(x)|>c\Leftrightarrow f^2(x)>c^2\Leftrightarrow f(x)>c\text{ 或 }f(x)<-c\\|f(x)|<c\Leftrightarrow f^2(x)<c^2\Leftrightarrow -c<f(x)<c\end{cases}$

五、函数

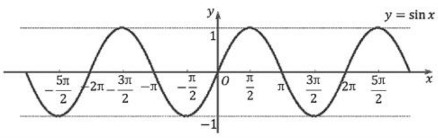
- **函数的概念**
  - **映射**
    - 一对一，多对一
    - 原象，象
  - **定义域**
    - 具体函数求定义域
      - 偶次方根的被开方数不小于0
      - 对数函数的真数大于0
      - 0的零次幂没有意义
      - 分母不为0
    - 抽象函数求定义域
  - **值域**
    - 定义法
    - 单调性
    - 换元法
    - 配方法
    - 分离常数法
    - 均值不等式法
    - 数形结合法
  - **解析式**
    - 待定系数法
    - 配凑法
    - 换元法
    - 解方程组法

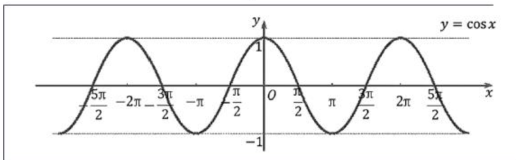
- **函数的基本性质**
  - **单调性**
    - 定义法
    - 导数法
    - 图象法
    - 复合函数：同增异减
  - **奇偶性**
    - 奇函数
      - $f(-x)=-f(x)$
      - 关于原点对称
    - 偶函数
      - $f(-x)=f(x)$
      - 关于y轴对称
  - **周期性**
    - $f(x+a)=f(x-a)$，$T=2a$
  - **对称性**
    - $f(a+x)=f(a-x)\Leftrightarrow f(2a-x)=f(x)$
  - **凹凸性**
    - 凸 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$
    - 凹 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

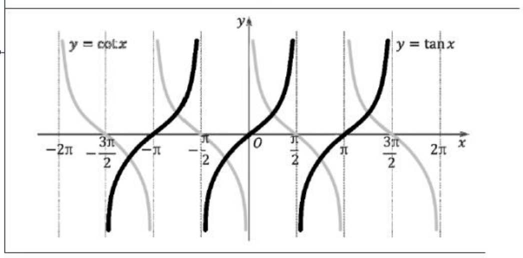
- 函数的图象
  - 一次函数
  - 反比例函数
  - 指数函数
    - $a^r a^s = a^{r+s}$
    - $\left(a^r\right)^s = a^{rs}$
    - 指数函数的图象与性质
  - 对数函数
    - $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
    - $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
    - $\log_{a^n} M^m = \frac{m}{n}\log_a M$
    - $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
    - 对数函数的图象及性质
  - 二次函数
    - 解析式
      - $y = ax^2 + bx + c\,(a \neq 0)$
      - $y = a(x-h)^2 + k\,(a \neq 0)$
      - $y = a(x-x_1)\cdot(x-x_2)\,(a \neq 0)$
    - 图象
      - 对称轴　$x = -\frac{b}{2a}$
      - 顶点坐标　$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
      - 与x轴的交点　零点存在定理
  - 幂函数
    - $y = x^{\alpha}$
    - 前面的系数必须是1，没有其他项
  - 反函数
    - 定义
    - 性质
    - 求反函数的步骤
      - 反解
      - 互换

六、三角函数

- 三角函数
  - 三角函数的计算
    - 任意角
    - 弧度制
  - 常用公式
    - 诱导公式
      - $\left|\sin\left(\frac{n\pi}{2}\pm\alpha\right)\right|=\begin{cases}\sin\alpha\,(n\text{为偶数})\\ \cos\alpha\,(n\text{为奇数})\end{cases}$
      - $\left|\cos\left(\frac{n\pi}{2}\pm\alpha\right)\right|=\begin{cases}\cos\alpha\,(n\text{为偶数})\\ \sin\alpha\,(n\text{为奇数})\end{cases}$
    - 三角恒等变换
      - $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
      - $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
    - 两角和与差公式
      - $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$
      - $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$
      - $\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$
    - 积化和差公式
    - 倍角公式
      - $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$
      - $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$
      - $\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$
    - 半角公式
      - $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$
      - $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$
      - $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$
  - 三角函数图象与性质







  - 图象变换
    - 先平移后伸缩
    - 先伸缩后平移
  - 解三角形
    - 正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$
    - 余弦定理：$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
    - 面积公式：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$

七、数列

- **数列**
  - **数列**
  - **等差数列**
    - 通项公式：$a_n=a_1+(n-1)d$
    - 前n项和：$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{1}{2}n(n-1)d=na_n-\frac{1}{2}n(n-1)d$
    - 性质
      - $a_m-a_n=(m-n)d$
      - 若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$
      - S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$，…成等差数列
  - **等比数列**
    - 通项公式：$a_n=a_1q^{n-1}$
    - 前n项和：$S_n=\begin{cases}\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1-qa_n}{1-q}(q\neq 1)\\ na_1(q=1)\end{cases}$
    - 性质
      - $\frac{a_m}{a_n}=q^{m-n}$
      - 若$m+n=p+q$，则$a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$
      - S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$，…成等比数列
  - **特殊数列**
    - 求通项的方法
      - 公式法：$a_n=\begin{cases}S_1(n=1)\\ S_n-S_{n-1}(n\geq 2)\end{cases}$
      - 累和法：$a_{n+1}=a_n+f(n)(n\geq 1)$
      - 累积法：$\frac{a_{n+1}}{a_n}=f(n)$
      - 构造法：$a_{n+1}=pa_n+f(n)$
      - 倒数法
    - 求前n项和的方法
      - 公式法
      - 裂项相消法：$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$
      - 错位相减法：$c_n=a_n\cdot b_n$，$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列
      - 分组求和法
      - 倒序相加法

八、平面几何

- 三角形
  - 边
    - 三角形的两边之和大于第三边，三角形的两边之差小于第三边
  - 角
    - 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和
    - 三角形内角和等于180°
  - 主要线段
    - 角平分线、中线、高线
    - 中位线
      - 三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半
      - 结论1：三条中位线组成一个三角形，其周长为原三角形周长的一半
      - 结论2：三条中位线将原三角形分割成四个全等的三角形
      - 结论3：三条中位线将原三角形划分出三个面积相等的平行四边形
      - 结论4：三角形一条中线和与它相交的中位线互相平分
      - 结论5：三角形中任意两条中位线的夹角与这夹角所对的三角形的顶角相等
  - 四心
    - 外心：外接圆的圆心，垂直平分线的交点
    - 内心：内切圆的圆心，角平分线的交点
    - 垂心：三条高线的交点
    - 重心：三条中线的交点，把每条中线均分为2:1
  - 特殊的三角形
    - 等腰三角形
      - 等边对等角
      - 三线合一
    - 等边三角形
      - 有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形
    - 直角三角形
      - 在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半
      - 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
      - 勾股定理
  - 相似三角形
    - 判定
      - 定义法：对应角相等，对应边成比例的两个三角形相似
      - 平行法：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三角形与原三角形相似
      - 定理1：两角对应相等，两三角形相似
      - 定理2：两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似
      - 定理3：三边对应成比例，两三角形相似
    - 性质
      - 相似三角形的对应角相等，对应边成比例
      - 相似三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比
      - 相似三角形周长的比等于相似比
      - 相似三角形面积的比等于相似比的平方
  - 全等三角形
    - 判定
      - SAS、ASA、AAS、SSS、HL

- 四边形
  - 平行四边形
    - 性质定理
      - 性质1：平行四边形的邻角互补，对角相等
      - 性质2：平行四边形的对边平行且相等
      - 性质3：平行四边形的对角线互相平分
      - 性质4：若一直线过平行四边形两对角线的交点，则这条直线被一组对边截下的线段以对角线的交点为中点，并且这条直线二等分此平行四边形的面积
    - 判定定理
      - 定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形
      - 定理1：两组对角分别相等的四边形是平行四边形
      - 定理2：两组对边分别相等的四边形是平行四边形
      - 定理3：对角线互相平分的四边形是平行四边形
      - 定理4：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
  - 矩形
    - 性质定理
      - 性质1：具有平行四边形的一切性质
      - 性质2：矩形的四个角都是直角
      - 性质3：矩形的对角线相等
      - 性质4：矩形是轴对称图形
    - 判定定理
      - 定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形
      - 定理1：有三个角是直角的四边形是矩形
      - 定理2：对角线相等的平行四边形是矩形
  - 菱形
    - 性质定理
      - 性质1：具有平行四边形的一切性质
      - 性质2：菱形的四条边相等
      - 性质3：菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角
      - 性质4：菱形是轴对称图形
    - 判定定理
      - 定义：有一组邻边相等的平行四边形是菱形
      - 定理1：四边都相等的四边形是菱形
      - 定理2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形
  - 正方形
    - 性质定理
      - 性质1：具有平行四边形、矩形、菱形的一切性质
      - 性质2：正方形的四个角都是直角，四条边都相等
      - 性质3：正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分，每一条对角线平分一组对角
      - 性质4：正方形是轴对称图形，有4条对称轴
      - 性质5：正方形的一条对角线把正方形分成两个全等的等腰直角三角形，两条对角线把正方形分成四个全等的小等腰直角三角形
      - 性质6：正方形的一条对角线上的一点到另一条对角线的两端点的距离相等
    - 证明顺序
      - 先证明它是平行四边形
      - 再证明它是菱形（或矩形）
      - 最后证明它是正方形
  - 梯形
    - 等腰梯形
      - 性质定理
        - 性质1：等腰梯形的两腰相等，两底平行
        - 性质2：等腰梯形的对角线相等
        - 性质3：等腰梯形是轴对称图形，它只有一条对称轴，即两底的垂直平分线
      - 判定定理
        - 定义：两腰相等的梯形是等腰梯形
        - 定理1：在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形
        - 定理2：对角线相等的梯形是等腰梯形
    - 直角梯形
      - 一腰垂直于底的梯形叫做直角梯形

- **圆**
  - **相关概念**
    - 优弧，劣弧，弦，弦心距，圆心角，圆周角
  - **与圆相关的定理**
    - 垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的弧
    - 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等
    - 圆周角定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半
    - 切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线
    - 切线的性质定理：圆的切线垂直于经过切点的半径
  - **弧长公式与扇形面积公式**
    - 弧长公式　$l=\frac{n\pi R}{180}$
    - 扇形面积　$S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2=\frac{1}{2}lR$
  - **圆的位置关系**
    - 点与圆的位置关系　圆内、圆上、圆外
    - 直线与圆的位置关系　相交、相切、相离
    - 圆与圆的位置关系
      - 两圆外离 $\Leftrightarrow d>R+r$
      - 两圆相交 $\Leftrightarrow |R-r|<d<R+r$
      - 两圆内切 $\Leftrightarrow d=|R-r|$
      - 两圆内含 $\Leftrightarrow 0<d<|R-r|$
      - 两圆外切 $\Leftrightarrow d=R+r$
  - **外接圆**
    - 经过三角形的三个顶点的圆叫做三角形的外接圆
    - 三角形的外接圆的圆心是三角形三条边的垂直平分线的交点，叫做这个三角形的外心
  - **内切圆**
    - 与三角形的各边都相切的圆叫做三角形的内切圆
    - 三角形的内切圆的圆心是三角形的三个内角的角平分线的交点，叫做三角形的内心

- **图形变换**
  - **平移**
    - 平移不改变图形的大小和形状，但图形上的每个点都沿同一方向进行了移动
    - 连接各组对应点的线段平行（或在同一直线上）且相等
  - **旋转**
    - 对应点到旋转中心的距离相等
    - 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角
  - **轴对称**
    - 关于某条直线对称的两个图形是全等形
    - 如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是对应点连线的垂直平分线
    - 两个图形关于某直线对称，如果它们的对应线段或延长线相交，那么交点在对称轴上
    - 如果两个图形的对应点连线被同一条直线垂直平分，那么这两个图形关于这条直线对称
  - **中心对称**
    - 关于中心对称的两个图形是全等形
    - 关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过对称中心，并且被对称中心平分
    - 关于中心对称的两个图形，对应线段平行（或在同一直线上）且相等
    - 如果两个图形的对应点连线都经过某一点，并且被这一点平分，那么这两个图形关于这一点对称

九、立体几何

- 立体几何
  - 空间几何体
    - 柱体体积　$V_{柱}=S_{底}h$
    - 锥体体积　$V_{锥}=\frac{1}{3}S_{底}h$
    - 球的表面积和体积
      - $S=4\pi r^2$
      - $V=\frac{4}{3}\pi r^3$
  - 空间位置关系
    - 空间线线位置关系
      - 相交直线——有且只有一个公共点
      - 平行直线——在同一平面内，没有公共点
      - 异面直线——不在同一平面内，也没有公共点
    - 空间线面位置关系
      - 平行
        - 判定
          - 定理1：平面外一条直线和这个平面内的一条直线平行，则这条直线与这个平面平行
          - 定理2：一条直线与一个平面垂直，则平面外与这条直线垂直的直线与该平面平行
        - 性质
          - 定理1：一条直线和一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线和该直线平行
      - 垂直
        - 判定
          - 定理1：如果两条平行直线中的一条垂直于一个平面，那么另一条也垂直于这个平面
          - 定理2：如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直，那么这条直线垂直于这个平面
        - 性质
          - 定理1：如果一条直线和一个平面垂直，则这条直线垂直于平面内任意一条直线
          - 定理2：垂直于同一个平面的两条直线平行
    - 空间面面位置关系
      - 平行
        - 判定
          - 定理1：如果一个平面内有两条相交直线分别平行于另一个平面，那么这两个平面平行
          - 定理2：如果一个平面内有两条相交直线分别平行于另一个平面内的两条相交直线，那么这两个平面平行
          - 定理3：垂直于同一条直线的两个平面平行
          - 定理4：平行于同一条平面的两个平面平行
        - 性质
          - 定理1：如果两个平面平行，则其中一个平面内的任意一条直线都平行于另一个平面
          - 定理2：如果两个平行平面，同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行
          - 定理3：如果两个平行平面有一个垂直于一条直线，那么另一个平面也垂直于这条直线
      - 垂直
        - 判定
          - 判定定理：如果一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面相互垂直
        - 性质
          - 定理1：如果两个平面垂直，则其中一个平面内垂直于交线的直线垂直于另一个平面
          - 定理2：如果两个相交平面同时垂直于第三个平面，那么它们的交线垂直于第三个平面
  - 空间数量关系
    - 异面直线的夹角　夹角范围 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$
    - 直线与平面的夹角　夹角范围 $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$
    - 二面角
      - 二面角的平面角的范围 $[0,\pi]$
      - 向量法：同进同出取补角，一进一出取同角

十、解析几何

解析几何

- 向量
  - 向量的基本概念：零向量、单位向量、平行向量、相等向量、相反向量
  - 向量的运算
    - 向量的加法、向量的减法、数乘运算
    - 数量积 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\langle\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\rangle$
    - 平面向量的坐标运算
      - $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+x_2,\ y_1+y_2)$
      - $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(x_1-x_2,\ y_1-y_2)$
      - $\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda x_1,\ \lambda y_1)$
      - $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$
  - 向量的位置关系
    - 共线 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$
    - 平行 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$
    - 相交 $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}$
    - 垂直 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$
- 直线与圆
  - 直线方程
    - 倾斜角与斜率 $\tan\theta=k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$　$\theta=\dfrac{\pi}{2}$
    - 直线方程
      - 点斜式 $y-y_0=k(x-x_0)$
      - 斜截式 $y=kx+b$
      - 两点式 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$
      - 截距式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$
      - 一般式 $Ax+By+C=0$
    - 点到直线的距离 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
    - 平行线间的距离 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
    - 两直线间位置关系
  - 圆的方程
    - 标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
    - 一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$
    - 参数方程：$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\y=b+r\sin\theta\end{cases}$
  - 直线与圆的位置关系
  - 圆与圆的位置关系
- 圆锥曲线
  - 椭圆
    - 定义
      - 第一定义 $|PF_1|+|PF_2|=2a>|F_1F_2|$
      - 第二定义 $0<e<1$
    - 方程
      - 标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$
      - 参数方程 $\begin{cases}x=a\cos\theta\\y=b\sin\theta\end{cases}$，$\theta\in[0,2\pi)$
    - 离心率、长轴长、短轴长、焦距、准线
    - 焦半径 $|PF_1|=a+ex_0$
  - 双曲线
    - 定义
      - 第一定义 $||PF_1|-|PF_2||=2a<|F_1F_2|$
      - 第二定义 $e>1$
    - 方程
      - 标准方程 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$
      - 参数方程 $\begin{cases}x=a\sec\theta\\y=b\tan\theta\end{cases}$
    - 离心率、实轴长、虚轴长、焦距、准线
    - 渐近线 $\dfrac{x}{a}\pm\dfrac{y}{b}=0$或$y=\pm\dfrac{b}{a}x$
  - 抛物线
    - 定义 到定点与定直线的距离相等的点的轨迹，离心率为1
    - 方程 $y^2=2px(p>0)$
    - 焦半径 $|AF|=x_1+\dfrac{p}{2}$
    - 过焦点的弦长 $|AB|=x_1+x_2+p$

十一、统计与概率

- **统计**
  - **统计量**
    - 平均数　$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n)$
    - 众数　一组数据中，出现次数最多的数据
    - 中位数　一组数据按大小顺序依次排列，处在最中间位置的一个数据
    - 极差　一组数据中最大数据与最小数据的差
    - 频数　落在各分组中的数据个数
    - 频率　频数与总数的比
  - **统计学中的几个基本概念**
    - 总体　所有考查对象的全体
    - 个体　总体中每一个考查对象
    - 样本　从总体中所抽取的一部分个体
    - 样本平均数　$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$
    - 总体平均数　总体中所有个体的平均数
    - 样本方差　$s^2=\frac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right]$
    - 总体方差　总体中所有个体与总体平均数的差的平方的平均数
  - **抽样**
    - 随机抽样
      - 总体个数有限
      - 逐个抽取
      - 不放回抽样
      - 等可能抽样
    - 系统抽样
      - ① 编号
      - ② 分段
      - ③ 不确定起始个体编号
      - ④按规则抽取
    - 分层抽样
      - 总体由差异明显的几部分组成
      - 成比例抽取，取的比例等于样本容量在总体中的比例
  - **统计图**
    - 条形统计图　表明各种数量的多少
    - 折线统计图　反映同一事物在不同时间里的数量增减变化的情况
    - 扇形统计图
      - 表明各种数量的多少
      - 反映出部分与部分、部分与总体之间的数量关系
    - 茎叶图　方便记录与表示两位（或一位）有效数字的数据

- **排列组合**
  - **分步、分类计数原理**
    - 加法原理　$N=m_1+m_2+m_3+\cdots+m_n$
    - 乘法原理　$N=m_1\times m_2\times m_3\times\cdots\times m_n$
  - **排列与组合**
    - 排列
      - 与顺序有关
      - $\mathrm{A}_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}$
    - 组合
      - 与顺序无关
      - $\mathrm{C}_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$
    - 排列组合常用的方法
      - 元素优先法
      - 插空法
      - 捆绑法
  - **二项式定理**
    - $(a+b)^n=\mathrm{C}_n^0a^n+\mathrm{C}_n^1a^{n-1}b+\cdots+\mathrm{C}_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+\mathrm{C}_n^nb^n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$
    - 性质
      - $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots\mathrm{C}_n^r+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}+\mathrm{C}_n^n=2^n$
      - $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^2+\cdots=\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^3+\cdots=2^{n-1}$

概率

- **随机事件**
  - 确定事件
    - 必然事件：在一定的条件下重复进行试验时，在每次试验中必然会发生的事件
    - 不可能事件：一定条件下在每次试验中都不会发生的事件
  - 随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件
- **等可能事件**
  - 几何概型：$P(A)=\dfrac{\text{构成事件}A\text{的区域的几何度量(面积或体积)}}{\text{试验所有可能结果构成的区域的几何度量(面积或体积)}}$
  - 古典概型：$P(A)=\dfrac{\text{事件}A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{所有基本事件的个数}}=\dfrac{m}{n}$
- **互斥与对立事件**
  - 互斥事件：$P(A+B)=P(A)+P(B)$
  - 对立事件：$P(A+B)=P(A)+P(B)=1$
  - 互斥与对立的关系
    - 对立事件一定是互斥事件，但是互斥事件不一定是对立事件
    - 互斥事件的两个事件的交集是空集，对立事件不仅交集是空集，还要并集是全集
- **独立事件**
  - 相互独立事件：$P(AB)=P(A)P(B)$
  - 独立重复实验：$P(\xi=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\ (0\le k\le n)$
- **离散型随机变量**
  - 期望
    - $E(\xi)=p_1x_1+p_2x_2+\cdots+p_nx_n+\cdots$
    - 数学期望反映了离散型随机变量取值的平均水平
  - 方差
    - $D(\xi)=p_1(x_1-E(\xi))^2+p_2(x_2-E(\xi))^2+\cdots+p_n(x_n-E(\xi))^2$
    - 方差反映了离散型随机变量取值的波动水平

华图 HTEACHER SINCE 2001

十二、高等数学

- 极限与连续
  - 极限
    - 极限存在的条件：$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$
    - 极限的运算法则
      - 定理1：有限个无穷小的和也是无穷小
      - 定理2：有界函数与无穷小的乘积是无穷小
    - 极限的求法
      - 直接代入法
      - 约公因子法
      - 最高次幂法：$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0}, & 当n=m\\ 0, & 当n>m\\ \infty, & 当n<m\end{cases}$
      - 两个重要极限公式
        - $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$
        - $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$
      - 等价无穷小代换
      - 洛必达法则
        - $\dfrac{0}{0}$ 型
        - $\dfrac{\infty}{\infty}$ 型
  - 连续与间断
    - 连续：$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$
    - 间断
      - 第一类间断点
        - 可去间断点
          - 无定义
          - 有定义但 $f(x_0)\neq A$
        - 跳跃间断点：左右极限都存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$
      - 第二类间断点
        - 振荡间断点
        - 无穷间断点
    - 闭区间上连续函数的性质

- 导数与微分
  - 导数及其应用
    - 导数的概念
      - $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
      - 导数的几何意义
      - 可导的充要条件：左右导数存在且相等
    - 导数的运算
      - 初等函数求导：常为零；幂降次；指不变；对倒数；正变余；余变正；切割方；割乘切；反分式
      - 四则运算
        - $[u(x)\pm v(x)]'=u'(x)\pm v'(x)$
        - $[u(x)\cdot v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
        - $\left[\dfrac{u(x)}{v(x)}\right]'=\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}$
      - 复合函数求导：$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$
      - 参数方程求导
        - 参数方程为 $\begin{cases}x=\varphi(t)\\ y=\psi(t)\end{cases}$
        - $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$
      - 反函数求导：$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$
      - 二阶导数：$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)$
    - 可导与连续：可导一定连续，连续不一定可导
    - 导数的应用
      - 求曲线上一点处的切线方程与法线方程
        - 切线方程：$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$
        - 法线方程：$y-f(x_0)=-\dfrac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$
      - 求函数单调性
        - 导数≥0，递增
        - 导数≤0，递减
      - 函数的极值
      - 函数的最值
  - 微分及定理
    - 与导数的关系
    - 微分中值定理
      - 罗尔定理
      - 拉格朗日中值定理

- 积分
  - 不定积分
    - 不定积分的概念：$\int f(x)dx=F(x)+C$
    - 不定积分的性质及积分公式
    - 求积分的方法
      - 第一类换元积分法（凑微分法）：$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx=\left[\int f(u)du\right]_{u=\varphi(x)}$
      - 第二类换元积分法：$\int f(x)dx=\left[\int f[\psi(t)]\psi'(t)dt\right]_{t=\psi^{-1}(x)}$
      - 分部积分法：$\int u dv=uv-\int v du$
  - 定积分
    - 定积分的概念：$\int_a^b f(x)dx=I=\lim\limits_{\lambda\to 0}\sum\limits_{i=1}^{n}f(\xi_i)\Delta x_i$
    - 定积分的性质
    - 牛顿—莱布尼兹公式：$\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=F(b)-F(a)$
    - 定积分的求法
      - 换元积分法：$\int_a^b f(x)dx=\int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$
      - 分部积分法：$\int_a^b u(x)dv(x)=[u(x)v(x)]\big|_a^b-\int_a^b v(x)du(x)$
    - 定积分的应用
      - 求平面图形的面积：$A=\int_a^b[f(x)-g(x)]dx$
      - 求旋转体的体积：$V=\pi\int_a^b[f(x)]^2dx$

十三、线性代数

- 线性代数
  - 行列式
    - 定义
    - 性质
      - 行列式不变
        - 行列互换
        - 一行的倍数加到另一行
      - 行列式为零
        - 一行为零
        - 两行相同
        - 两行对应成比例
      - 行列式反号
        - 互换两行的位置
    - 余子式与代数余子式
      - 余子式 M_{ij}
      - 代数余子式 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$
    - 行列式的计算
      - 对角线法
        - $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$
        - 适用于二阶、三阶
      - 化三角法
        - 将行列式转化为上三角形或者下三角形行列式，这样所得行列式的值等于主对角线元素的乘积
      - 代数余子式法
        - 将行列式按某一行（或列）展开
  - 矩阵
    - 矩阵的概念
      - 零矩阵
      - 单位矩阵
      - 同型矩阵
      - 矩阵相等
      - 伴随矩阵
    - 矩阵的运算
      - 加减法
      - 数乘
      - 乘法
      - 转置
    - 矩阵的初等变换
      - 交换两行（列）
      - 用非零常数乘矩阵的某一行（列）
      - 把某行（列）的倍数加到另一行（列）
    - 矩阵的秩
      - 初等变换法
      - 最高阶非零子式的阶数
    - 逆矩阵
      - 伴随矩阵 $A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^*$
      - 初等变换 $AB=BA=E$
    - 求矩阵方程
      - $AX=B\to X=A^{-1}B$
      - $XA=B\to X=BA^{-1}$
      - $AXB=C\to X=A^{-1}CB^{-1}$
  - 线性方程组
    - 线性方程组
      - $\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m, \end{cases}$
    - 齐次线性方程组的解
      - 系数矩阵A的秩$R(A)<n\Leftrightarrow$齐次线性方程组有非零解
    - 非齐次线性方程组的解
      - 唯一解 $R(A)=R(\bar{A})=n$
      - 无穷多个解 $R(A)=R(\bar{A})=r<n$

十四、数学课标与教学知识

《义务教育数学课程标准（2011 年版）》

- **前言**
  - **课程性质**
    - 具有基础性、普及性和发展性
  - **课程基本理念**
    - 人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展
    - 课程内容的组织要重视过程，处理好过程与结果的关系；要重视直观，处理好直观与抽象的关系；要重视直接经验，处理好直接经验与间接经验的关系。课程内容的呈现应注意层次性和多样性
    - 教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程
    - 评价既要关注学生学习的结果，也要重视学习的过程；既要关注学生数学学习的水平，也要重视学生在数学活动中所表现出来的情感与态度，帮助学生认识自我、建立信心
  - **课程设计思路**
    - 学段划分：第一学段（1—3年级）、第二学段（4—6年级）、第三学段（7—9年级）。
    - 课程目标：义务教育阶段数学课程目标分为总目标和学段目标，从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度四个方面加以阐述
    - 数学课程目标包括结果目标和过程目标。结果目标使用“了解、理解、掌握、运用”等行为动词表述，过程目标使用“经历、体验、探索”等行为动词表述
    - 四个部分的课程内容：“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”
  - **十大核心理念**
    - 数感　指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟
    - 符号意识　能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律
    - 空间观念　指根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象出物体的方位和相互之间的位置关系；描述图形的运动和变化；依据语言的描述画出图形等
    - 几何直观　指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果
    - 数据分析观念　数据分析是统计的核心
    - 运算能力　指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力
    - 推理能力
      - 合情推理　从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果，用于探索思路，发现结论
      - 演绎推理　从已有的事实（包括定义、公理、定理等）和确定的规则（包括运算的定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。用于证明结论
    - 模型思想　是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径
    - 应用意识
      - 有意识利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的现象，解决现实世界中的问题
      - 认识到现实生活中蕴涵着大量与数量和图形有关的问题，这些问题可以抽象成数学问题，用数学的方法予以解决
    - 创新意识　学生自己发现和提出问题是创新的基础；独立思考、学会思考是创新的核心；归纳概括得到猜想和规律，并加以验证，是创新的重要方法

课程目标

- **总目标要求**
  - 四基　基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验
  - 四能　发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力
- **总目标阐述**
  - 知识技能
    - 经历数与代数的抽象、运算与建模等过程，掌握数与代数的基础知识和基本技能
    - 经历图形的抽象、分类、性质探讨、运动、位置确定等过程，掌握图形与几何的基础知识和基本技能
    - 经历在实际问题中收集和处理数据、利用数据分析问题、获取信息的过程，掌握统计与概率的基础知识和基本技能
    - 参与综合实践活动，积累综合运用数学知识、技能和方法等解决简单问题的数学活动经验
  - 数学思考
    - 建立数感、符号意识和空间观念，初步形成几何直观和运算能力，发展形象思维与抽象思维
    - 体会统计方法的意义，发展数据分析观念，感受随机现象
    - 在参与观察、实验、猜想、证明、综合实践等数学活动中，发展合情推理和演绎推理能力，清晰地表达自己的想法
    - 学会独立思考，体会数学的基本思想和思维方式
  - 问题解决
    - 初步学会从数学的角度发现问题和提出问题，综合运用数学知识解决简单的实际问题，增强应用意识，提高实践能力
    - 获得分析问题和解决问题的一些基本方法，体验解决问题方法的多样性，发展创新意识。
    - 学会与他人合作交流
    - 初步形成评价与反思的意识
  - 情感态度
    - 积极参与数学活动，对数学有好奇心和求知欲。
    - 在数学学习过程中，体验获得成功的乐趣，锻炼克服困难的意志，建立自信心
    - 体会数学的特点，了解数学的价值
    - 养成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯
    - 形成坚持真理、修正错误、严谨求实的科学态度
- **学段目标**

实施建议

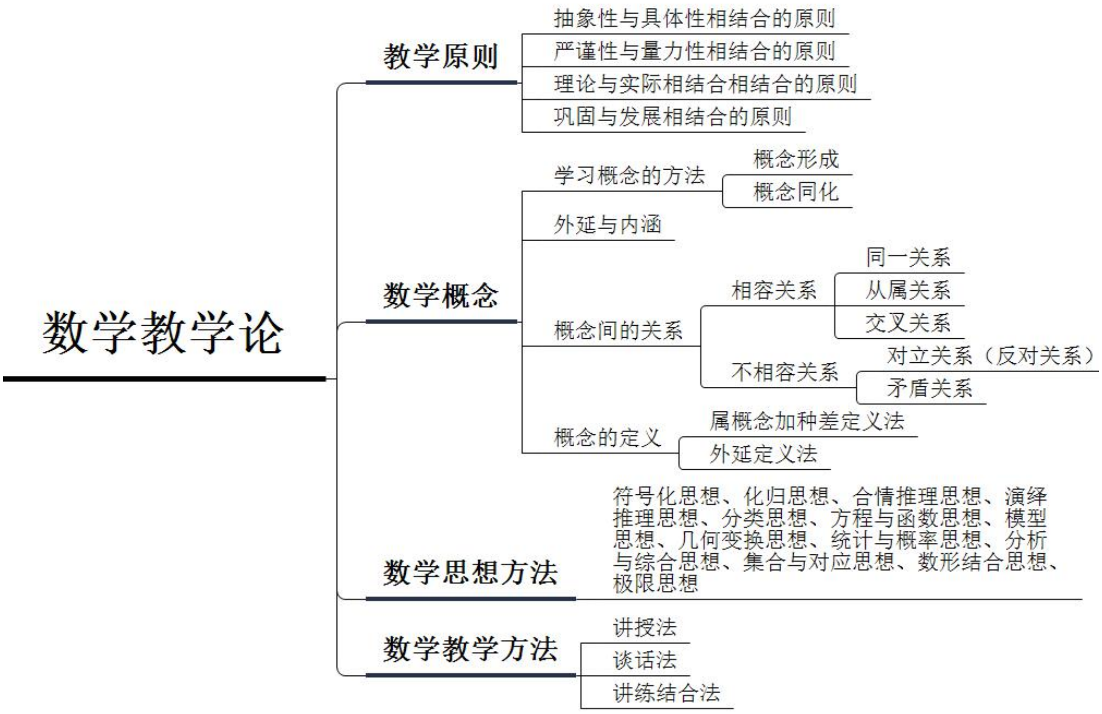
- **教学建议**
  - 教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程
  - 数学教学活动要注重课程目标的整体实现
  - 重视学生在学习活动中的主体地位
  - 注重学生对基础知识、基本技能的理解和掌握
  - 感悟数学思想，积累数学活动经验
  - 关注学生情感态度的发展
  - 合理把握“综合与实践”的实施
  - 教学中应当注意的几个关系
    - “预设”与“生成”的关系
    - 面向全体学生与关注学生个体差异的关系
    - 合情推理与演绎推理的关系
    - 使用现代信息技术与教学手段多样化的关系
- **评价建议**
  - 基础知识和基本技能的评价
  - 数学思考和问题解决的评价
  - 情感态度的评价
  - 注重对学生数学学习过程的评价
  - 体现评价主体的多元化和评价方式的多样化
  - 恰当地呈现和利用评价结果
    - 评价结果的呈现应采用定性与定量相结合的方式
    - 第一学段的评价应当以描述性评价为主
    - 第二学段采用描述性评价和等级评价相结合的方式
    - 第三学段可以采用描述性评价和等级（或百分制）评价相结合的方式
  - 合理设计与实施书面测验
- **教材编写建议**
  - 课程资源
    - 文本资源：教科书、教师用书
    - 信息技术资源：信息技术能向学生提供并展示多种类型的资料，包括文字、声音、图象
    - 社会教育资源：图书馆、少年宫、博物馆、科技馆
    - 环境与工具：教师应当努力开发制作简便实用的教具和学具，有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用
    - 生成性资源：生成性资源是在教学过程中动态生成的，如，师生交互、生生交流过程中产生的新情境、新问题、新思路、新方法、新结果等

《普通高中数学课程标准（2017 年版 2020 年修订）》

《普通高中数学课程标准（2017年版 2020年修订）》

- **课程性质**
  - 数学是研究数量关系和空间形式的一门科学。
  - 具有基础性、选择性和发展性。
- **基本理念**
  - 人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。
  - 高中数学课程体现社会发展的需求、数学学科的特征和学生的认知规律，发展学生数学学科核心素养
  - 高中数学教学注重信息技术与数学课程的深度融合，提高教学的实效性。不断引导学生感悟数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值
  - 高中数学学习评价关注学生知识技能的掌握，更关注数学学科核心素养的形成和发展，制定科学合理的学业质量要求，促进学生在不同学习阶段数学学科核心素养水平的达成。评价既要关注学生学习的结果，更要重视学生学习的过程。
- **学科核心素养与课程目标**
  - 高中数学六大学科核心素养
    - 数学抽象
    - 逻辑推理
    - 数学建模
    - 直观想象
    - 数学运算
    - 数据分析
  - 课程目标
    - 基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验（简称“四基”）；发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力（简称“四能”）
    - 发展六大数学学科核心素养
    - 提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神；不断提高实践能力，提升创新意识；认识数学的科学价值、应用价值、文化价值和审美价值。
- **学业质量**
  - 数学学科核心素养的四个方面
    - 情境与问题
    - 知识与技能
    - 思维与表达
    - 交流与反思
- **实施建议**
  - 教学建议
    - 教学目标制定要突出数学学科核心素养
    - 情境创设和问题设计要有利于发展数学学科核心素养
    - 整体把握教学内容，促进数学学科核心素养连续性和阶段性发展
    - 既要重视教，更要重视学，促进学生学会学习
    - 重视信息技术运用，实现信息技术与数学课程的深度融合
  - 评价建议
    - 评价原则
      - 重视学生数学学科核心素养的达成
      - 重视评价的整体性与阶段性
      - 重视过程评价
      - 关注学生的学习态度
    - 评价方式
      - 教学评价的主体应多元化，评价形式应多样化
      - 在日常评价中，可以采用形成性评价的方式

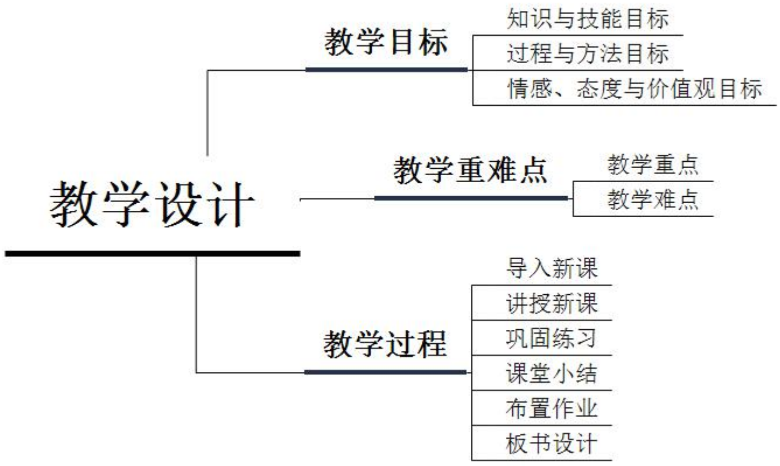
数学教学论知识


数学教学论
数学原则
抽象性与具体性相结合的原则
严谨性与量力性相结合的原则
理论与实际相结合相结合的原则
巩固与发展相结合的原则
数学概念
学习概念的方法
概念形成
概念同化
外延与内涵
概念间的关系
相容关系
同一关系
从属关系
交叉关系
不相容关系
对立关系（反对关系）
矛盾关系
概念的定义
属概念加种差定义法
外延定义法
数学思想方法
符号化思想、化归思想、合情推理思想、演绎推理思想、分类思想、方程与函数思想、模型思想、几何变换思想、统计与概率思想、分析与综合思想、集合与对应思想、数形结合思想、极限思想
数学教学方法
讲授法
谈话法
讲练结合法

案例分析


数学案例分析答题切入点
导入
创设情境
课标中教学建议
从学生实际出发，创设有助于学生自主学习的问题情境
目的和作用
原则
针对性
启发性
层次性
生活化
趣味性和多样性
教学过程
教学理论
现代教师观
现代学生观
现代教学观
新课标
基本理念
教师
学生
师生
教学
实施建议
评价建议
课堂提问
功能
原则
误区
教学行为/评价
教学效果
是否完成教学目标
是否符合学情
是否突出重点突破难点
是否课堂气氛活跃
教学方法（学习方法）
自主学习
合作学习
探究学习
师生关系
教师主导，学生主体
评价方式
方式多样化，主体多元化
激励性评价
提问方式
针对性
层次性：由易到难
教学环节

教学设计


教学设计
教学目标
知识与技能目标
过程与方法目标
情感、态度与价值观目标
教学重难点
教学重点
教学难点
教学过程
导入新课
讲授新课
巩固练习
课堂小结
布置作业
板书设计

第三模块 模拟题

一、数与代数模块

1.下列数中，只能读出两个零的是（　　）。

A.40310701　　B.201010405

C.5601302　　D.28000508

2.多项式 $2x^2+12x+18$ 分解因式的结果是（　　）。

A. $2(x-3)^2$　　B. $2(x+3)^2$

C. $3(x+2)^2$　　D. $3(x-3)^2$

3.若关于 x 的方程 $kx^2-3x-\frac{9}{4}=0$ 有实数根，则实数 k 的取值范围是（　　）。

A. $k=0$　　B. $k\ge -1$ 且 $k\ne 0$

C. $k\ge -1$　　D. $k\ge 1$

4.已知集合 $M=\{x\,|\,y=x^2-1\}$，$N=\{y\,|\,y=x^2-1\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. R　　B. M　　C. N　　D. $\varnothing$

5.函数 $y=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是（　　）

A. $x\ge 0$　　B. $x>0$ 且 $x\ne 1$　　C. $x>0$　　D. $x\ge 0$ 且 $x\ne 1$

6.若 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{3}{4}$，则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)$ 的值为（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

7.若不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，则 a 的取值范围（　　）。

A. $a\le 2$　　B. $-2<a\le 2$

C. $-2<a<2$　　D. $a<2$

8.在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$\frac{a_9+a_7}{a_6+a_4}=8$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 $S_{10}=$（　　）

A.1023　　B.1024　　C.512　　D.511

9.若 $2^a+4^b=2(a,\ b\in\mathbf{R})$，则 $a+2b$ 的最大值为（　　）。

A.0　　B.1

C.2　　D.3

10.已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases} y\le x \\ x+y\le 1 \\ y\ge -1 \end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为（　）。

A.0　　B.3

C.-1　　D.-3

11.根据科学家估计，地球年龄大约是4600000000年，用科学记数法表示为（　）

A.4.6×10^{8}　　B.46×10^{8}　　C.4.6×10^{9}　　D.0.46×10^{10}

12.下列命题是真命题的是（　）。

A.$x>3$是$x>5$的充分条件　　B.$x^2=1$是$x=1$的充分条件

C.$a>b$是$ac^2>bc^2$的必要条件　　D.$\theta=\frac{\pi}{2}$是$\sin\theta=1$的必要条件

13.已知抛物线$y=\frac{1}{4}x^2+bx+c$与x轴交于$A(-2,0)$、B（A点在B点的左侧）两点，与y轴交于点C，且$OA=\frac{2}{3}OC$。

（1）求抛物线的表达式；

（2）点D在抛物线的对称轴上，$\angle CBD=45°$，求点D的坐标。

【参考答案】

1-5　DBCCD　　6-10　ABAAB　　11-12　CC

13.（1）$y=\frac{1}{4}x^2-x-3$；（2）$(2,-12)$或$\left(2,\frac{4}{3}\right)$

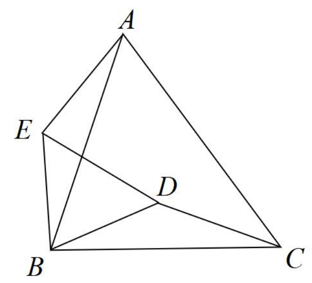
【解析】（1）$\because A(-2,0)$，$\therefore OA=2$，$\because OA=\frac{2}{3}OC$，$\therefore OC=3$，$\because$点$C$为抛物线与$y$轴交点，$\therefore C(0,-3)$，代入抛物线方程$y=\frac{1}{4}x^2+bx+c$，解得$b=-1$，$c=-3$，则抛物线的表达式为$y=\frac{1}{4}x^2-x-3$。

（2）点D在抛物线的对称轴上，抛物线的对称轴为$x=2$，故设$D(2,\ m)$，由题意可知$C(0,-3)$，$B(6,0)$，则CB斜率为$\frac{-3}{0-6}=\frac{1}{2}$，设$BD$斜率为$k$，$\because\angle CBD=45°$，根据夹角公式可知$\tan\theta=\left|\frac{k-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}k}\right|=1$，解得$k=3$或$k=-\frac{1}{3}$，当$k=3$时，$\frac{m}{-4}=3$，$\therefore m=-12$，则$D_1$点

坐标为$(2,-12)$；当$k=-\frac{1}{3}$时，$\frac{m}{-4}=-\frac{1}{3}$，$\therefore m=\frac{4}{3}$，则$D_2$点坐标为$\left(2,\frac{4}{3}\right)$。综上可知$D$点坐标为$(2,-12)$或$\left(2,\frac{4}{3}\right)$。

二、图形与几何模块

1.如图所示，$\angle ABC=80°$，$BA=AC$，$\triangle BDC$绕B逆时针旋转至$\triangle BEA$处，点E是点D旋转后的对应点，点A是点C旋转后的对应点，连接DE，则$\angle BED=$（　　）。



A. 50°　　B. 55°

C. 60°　　D. 65°

2.已知一个菱形的周长是20 cm，两条对角线的比是4∶3，则这个菱形的面积为（　　）cm^2。

A.12　　B.24

C.48　　D.96

3.已知点A坐标为$(-5,3)$，则点A关于y轴的对称点的坐标是（　　）

A.$(-5,3)$　　B.$(5,3)$　　C.$(5,-3)$　　D.$(-5,-3)$

4.一个长为12厘米的长方形的面积比边长是12厘米的正方形的面积少36平方厘米，这个长方形的宽是（　　）厘米。

A.6　　B.8

C.9　　D.10

5.等底等高的圆锥体和圆柱体容器各一个，将圆柱容器内注满水后，再倒入圆锥器内，当圆柱容器的水全都倒光后，结果溢出36.2毫升，这时圆锥容器是有水（　　）毫升。

A.36.2　　B.54.3

C.18.1　　D.都不对

6.已知圆 O 的直径为 8 cm，圆心 O 到直线 AB 的距离为 5 cm，则圆与直线 AB 的关系（　　）

A.相切　　B.相离　　C.相交　　D.不确定

7.点 M 是⊙O 内一点，过 M 的最长弦的弦长为 8 cm，最短弦长为 6 cm，则 OM 的长为（　　）

A. $\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{5}$　　C.4　　D.3

8.若非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{b}|=\frac{|\boldsymbol{a}|}{2}$，且 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp 2\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，则 t 的值为（　　）

A.2　　B. $2\sqrt{3}$　　C.4　　D.5

9. F_1 是椭圆的左焦点，B 是其短轴的顶点。若 $BF_1=2$，$\angle BF_1O=30°$，则该椭圆的方程是（　　）

A. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$　　D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

10.若双曲线的两焦点为 $F_1(0,-4)$，$F_2(0,4)$，双曲线的弦 AB 过点 F_1，若△ABF_2 的周长为 24，且 $|AB|=8$，那么该双曲线的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　　B. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$　　C. $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{12}=1$　　D. $\frac{y^2}{12}-\frac{x^2}{4}=1$

11.以椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 的右焦点为圆心，且与直线 $2x-y+4=0$ 相切的圆的方程是（　　）

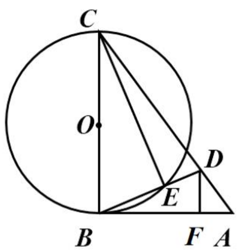
A. $x^2+y^2-6x-11=0$　　B. $x^2+y^2+6x-11=0$

C. $x^2+y^2-6x-29=0$　　D. $x^2+y^2+6x-29=0$

12.如下图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$，D 为 AC 上一点，且 $CD=CB$，以 BC 为直径作⊙O，交 BD 于点 E，连接 CE，过点 D 作 $DF\perp AB$ 交 AB 于点 F。

（1）求证：$\angle BCD=2\angle ABD$；

（2）若 $BC=5DF=5$。求 $\tan\angle A$ 的值。



13.已知抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，A 是抛物线上横坐标为 2 且位于 x 轴上方的点，点 A 到抛物线准线的距离等于 4。

（1）求抛物线的方程；

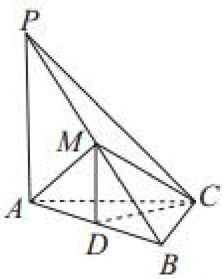
（2）已知点 $Q(-2,0)$，过抛物线焦点的直线 L 交抛物线于 M，N 两点，设直线 QM，QN 的斜率分别为 k_1，k_2，求证 k_1+k_2 为定值。

14.如图，在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA\perp AC$，$PC\perp BC$，M 为 PB 的中点，D 为 AB 的中点，且 $\triangle AMB$ 为正三角形，$BC=4$，$PB=20$。

（1）求证：$DM\,/\!/$ 平面 PAC；

（2）求证：平面 $PAC\perp$ 平面 PBC；

（3）求三棱锥 $M\text{-}BDC$ 的体积。



【参考答案】

1-5　ABBCC　　　6-10　BACAC　　　11　A

12.（1）见解析；（2）$\dfrac{4}{3}$

【解析】(1)证明：由题意可知 $\angle BEC$ 在 $\odot O$ 中是直径 CB 所对的圆周角，$\therefore \angle BEC=90^\circ$，且又 $\because CD=CB$，$\therefore$ 在等腰 $\triangle DBC$ 中 CE 平分 $\angle BCD$；$\because \angle ABC=90^\circ$ 且 $\angle DFB=90^\circ$，由同角的余角相等可知 $\angle CBD=\angle BDF$，又 $\because \angle CEB=\angle BFD=90^\circ$，$\therefore \triangle BCE\backsim\triangle DBF$，$\therefore \angle BCE=\angle ECD=\angle ABD$，即可证得 $\angle BCD=2\angle ABD$。

（2）由题意可知 $DF\perp AB$，且 $\angle ABC=90^\circ$，$\therefore \triangle AFD\backsim\triangle ABC$，$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{FD}{BC}$，又 $AC=AD+DC$，$DC=BC$，$\therefore AC=AD+BC$，又 $BC=5DF=5$，即 $\dfrac{AD}{AD+5DF}=\dfrac{DF}{5DF}$，则 $\dfrac{DF}{AD}=\dfrac{4}{5}=\sin\angle A$，$\therefore \tan\angle A=\dfrac{4}{3}$。

13.（1）$y^2=8x$；（2）$k_1+k_2=0$

【解析】（1）抛物线 $y^2=2px(p>0)$，准线方程为 $x=-\dfrac{p}{2}$，点 A 到抛物线准线的距离

为$2-\left(-\frac{p}{2}\right)=4$，解得：$p=4$，故抛物线方程为$y^2=8x$。

（2）抛物线$y^2=8x$的焦点为$(2,0)$，设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，当直线l斜率不存在时，直线l的方程为$x=2$，则直线l与抛物线的交点为$(2,4)$，$(2,-4)$，此时QM，QN的斜率为$k_1=1$，$k_2=-1$或$k_1=-1$，$k_2=1$，所以$k_1+k_2=0$；当直线l斜率存在时，设直线l的方程为$y=k(x-2)$，则过焦点的直线l与抛物线交于$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，联立方程$\begin{cases}y^2=8x\\y=k(x-2)\end{cases}$，整理得：$k^2x^2-(4k^2+8)x+4k^2=0$，由韦达定理得：$x_1+x_2=\frac{4k^2+8}{k^2}$，$x_1x_2=4$；

QM的斜率$k_1=\frac{y_1}{x_1+2}$，QN的斜率为$k_2=\frac{y_2}{x_2+2}$，则$k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{k(x_1-2)}{x_1+2}+\frac{k(x_2-2)}{x_2+2}=\frac{k(2x_1x_2-8)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$，代入$x_1x_2=4$，可得：$k_1+k_2=0$。综上，$k_1+k_2$为定值 0。

14.（1）见解析；（2）见解析；（3）$10\sqrt{7}$

【解析】（1）证明：因为M为PB的中点，D为AB的中点，所以$DM\,/\!/\,PA$，又$DM\not\subset$平面PAC，所以$DM\,/\!/$平面PAC。

（2）证明：$\triangle AMB$为正三角形，所以$DM\perp AB$，又因为$DM\,/\!/\,PA$，所以$PA\perp AB$，又$PA\perp AC$，且$AB\cap AC=A$，所以$PA\perp$平面ABC，即$PA\perp BC$，已知$PC\perp BC$，且$PA\cap PC=P$，所以$BC\perp$面PAC，又$BC\subset$平面PBC，因此平面$PAC\perp$平面PBC。

（3）$V_{M-BDC}=\frac{1}{3}DM\cdot S_{\triangle BDC}=\frac{1}{3}DM\cdot\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，由已知$BC=4$，$PB=20$，则$DM=MB\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$，$PA=2DM=10\sqrt{3}$，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2\sqrt{21}$，$V_{M\text{-}BDC}=\frac{1}{6}MD\cdot\frac{1}{2}BC\cdot AC=\frac{1}{12}\times5\sqrt{3}\times4\times2\sqrt{21}=10\sqrt{7}$。

三、统计与概率模块

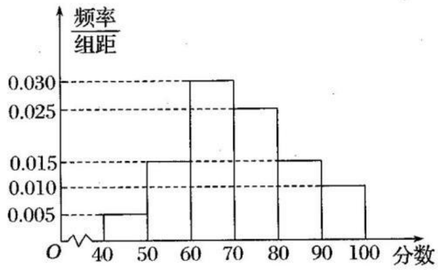
1.对于一组数据，85、83、85、81、86，下列说法正确的是（　　）。

A.这组数据的平均数为 85　　B.这组数据的方差为 3.2

C.这组数据的中位数为 84　　D.这组数据的众数为 86

2.某校为统计高一年级学生期终考试情况，特从高一年级 600 名学生中随机抽取部分学

生，将他们物理测试成绩分为6组：[40，50)，[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100)加以统计，如图，估计该物理成绩合格人数为（　　）



A.388　　B.480　　C.450　　D.120

3.为庆祝70周年建国，某校举办"唱红歌，庆十一"活动，现A班3名学生，B班2名学生，从这5名学生中选出2人参加该活动，则选取2人来自不同班级概率为（　　）。

A.$\frac{3}{5}$　　B.$\frac{2}{5}$

C.$\frac{7}{10}$　　D.$\frac{3}{10}$

4.某学校从甲、乙、丙、丁、戊5名应聘者中招聘2名教师，如果这5名应聘者被录用的机会均等，则甲、乙两人中至少有1人被录用的概率（　　）

A.$\frac{7}{10}$　　B.$\frac{2}{5}$　　C.$\frac{1}{5}$　　D.$\frac{1}{10}$

5.甲、乙两人参加射击游戏，参加游戏的入场费用两人共为10元，且每人只能射击一枪。甲射击A号靶，每次射中的概率为$\frac{2}{3}$，乙射击B号靶，每次射中的概率为$\frac{1}{3}$。游戏规定，如射中A号靶则奖励10元，否则再交5元，如射中B号靶则奖励5元，否则再交5元。设两人最后获得的钱数为ξ（入场费用计入在内）。

（1）求至少有一人射中的概率；

（2）求钱数ξ的分布列及其期望。

【参考答案】

1-4　BBAA

5.（1）$\frac{7}{9}$；（2）见解析

【解析】（1）设"甲射中"为事件A，"乙射中"为事件B，则$\overline{AB}$为"甲乙均未射中"，

$P\left(\overline{AB}\right)=P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right)=\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{9}$，所以至少有一人射中的概率为$P\left(A+B\right)=1-P\left(\overline{AB}\right)=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$。

（2）ξ的所有取值及对应概率如下：

①甲乙均射中，$\xi=10+5-10=5$（元），$P\left(\xi=5\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$；

②甲射中，乙未射中，$\xi=10-5-10=-5$（元），$P\left(\xi=-5\right)=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$；

③甲未射中，乙射中，$\xi=-5+5-10=-10$（元），$P\left(\xi=-10\right)=\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}$；

④甲乙均未射中，$\xi=-5-5-10=-20$（元），$P\left(\xi=-20\right)=\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}$。

所以获得钱数ξ的分布列为

ξ	5	-5	-10	-20
P	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$

获得钱数ξ的期望为$E\xi=5\times\frac{2}{9}+\left(-5\right)\times\frac{4}{9}+\left(-10\right)\times\frac{1}{9}+\left(-20\right)\times\frac{2}{9}=-\frac{20}{3}$。

四、大学数学模块

1.$\lim\limits_{x\to 0}\left(1-x\right)^{\frac{1}{x}}$的值是（　　）。

A. e　　　　B.1

C. e^{-1}　　　　D. ∞

2.由函数$y=e^{x}$的图象与三条直线$y=-2x$，$x=1$，$x=3$所围成的封闭图形的面积为________。

3.计算：$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan x\mathrm{d}x=$________。

4.已知a，$b\in\mathbf{R}^{+}$，若行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$的值为1，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的最小值是________。

5.已知矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{AB}=$________。

6.已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-kx$，其中 $k\in\mathbf{R}$。

（1）函数 $f(x)$ 有一恒定点，求过该恒定点和点 $(2，2)$ 的直线方程。

（2）若 $k>0$，求函数 $f(x)$ 的单调区间。

（3）若方程 $f(x)=x-3$ 仅有一个实数解，求 k 的取值范围。

7.已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+\frac{1}{2}a$（$a$ 为常数），$g(x)=\ln x-(a+1)x$。

（1）求函数 $g(x)$ 的单调区间；

（2）设 $F(x)=f(x)+g(x)$，若函数 $F(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 的最小值为 -1，求实数 a 的取值范围。

【参考答案】

1.C　　2.$\mathrm{e}^3-\mathrm{e}+8$　　3.$\frac{1}{2}\ln 2$

4.4　　5.$\begin{pmatrix}-3 & 3 & 1\\ 3 & -4 & 2\\ -1 & 3 & -3\end{pmatrix}$

6.（1）$f(x)=\frac{1}{2}x+1$；（2）见解析；（3）$\{k|k\le -1\}$

【解析】（1）令 $x=0$ 得 $f(x)=1$，所以过定点 $(0，1)$，又因为过点 $(2，2)$，所以直线方程为 $f(x)=\frac{1}{2}x+1$。

（2）$f'(x)=\mathrm{e}^x-k$，令 $f'(x)=0，x=\ln k$，则函数的单调递减区间为 $(-\infty,\ln k)$，函数的单调递增区间为 $(\ln k,+\infty)$；

（3）令 $g(x)=\mathrm{e}^x-kx-(x-3)$，$g'(x)=\mathrm{e}^x-k-1$，只有当 $k\le -1$ 时构造函数才恒大于 0，且过定点，因此只有一个实数解时，k 的取值范围是 $\{k|k\le -1\}$。

7.（1）见解析；（2）$a\ge 1$

【解析】（1）$g'(x)=\frac{1}{x}-(a+1)，x>0$，当 $a+1\le 0$，即 $a\le -1$ 时，在 $(0,+\infty)$ 内 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 单调递增；当 $a+1>0$，即 $a>-1$ 时，在 $\left(0,\frac{1}{a+1}\right)$ 内 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 单调递增；

在$\left(\frac{1}{a+1},+\infty\right)$内$g'(x)<0$，所以$g(x)$单调递减。

（2）$F(x)=f(x)+g(x)=\frac{1}{2}ax^2+\frac{1}{2}a+\ln x-(a+1)x$，$x>0$，求导得：$F'(x)=ax+\frac{1}{x}-(a+1)=\frac{ax^2-(a+1)x+1}{x}=\frac{(x-1)(ax-1)}{x}$，因为函数$F(x)$在区间$[1,+\infty)$的最小值为$-1$，$F(1)=-1$，所以$F(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，$F'(x)\geq 0$，所以$ax-1\geq 0$，即在$[1,+\infty)$内$a\geq\frac{1}{x}$，所以$a\geq 1$。

五、数学课标与教学知识

1.数学研究数量关系和（　　）的科学。

A.空间形式　　B.数学运算　　C.几何图形　　D.几何空间

2.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》提出的数学学习总目标是从知识技能、数学思考、问题解决和情感态度四个方面加以阐述的，以下正确的是（　　）

①四个方面密切联系、相互交融；②知识技能和数学思考相对来说更为重要；③数学思考、问题解决和情感态度的发展离不开知识技能的学习；④知识技能的学习必须有利于数学思考、问题解决和情感态度三个目标的实现。

A.①②③　　B.①②④　　C.①③④　　D.②③④

3.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》中把行为动词分为两类，一类是描述结果目标的行为动词，另一类是描述过程目标的行为动词。下列选项中属于描述过程目标的行为动词是（　　）。

A.掌握　　B.运用

C.理解　　D.探索

4.假定学生已经掌握三角形的高这个概念，判断学生掌握这个概念的行为标准是（　　）。

A.学生能说明三角形高的本质特征

B.学生能陈述三角形高的定义

C.给出任意三角形（如锐角、直角、钝角三角形）图形或实物，学生能正确画出它们的高（或找出它们的高）

D.懂得三角形的高是与底边相垂直的

5.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》在课程总目标中提出，通过义务教育阶段的

数学学习能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想和（ ）

A.基本原理 B.基本理论 C.基本活动经验 D.基本方法

6.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》，关注学生情感态度，培养学生养成认真勤奋，独立思考，合作交流及（ ）等学习习惯。

A．严谨科学 B．乐于求教

C．反思质疑 D．反复练习

7.下列行为属于落实数学思考目标的是（ ）

A.初步形成评价与反思意识

B.体会数学特点，了解数学的价值

C.体会统计方法的意义，发展数据分析观念

D.经历数与代数的抽象，运算与建模等过程

8.下列内容属于《义务教育数学课程标准（2011 年版）》第三学段“数与式”的是（ ）

①有理数 ②方程 ③实数 ④代数式 ⑤整式与分式

A.②③④ B.①②④⑤ C.①③④⑤ D.①②③⑤

9.《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出信息技术的发展对数学的价值目标、内容以及教学方式产生了很大的影响，下列说法正确的是（ ）

A.现代信息技术可以完全替代原有的教学手段

B.在应用现代技术时，教师不需要课堂教学板书设计

C.现代信息技术的真正价值在于实现原有的教学手段，难以达到甚至达不到的效果

D.现代信息技术的应用不利于培养学生的几何直观

10.《普通高中数学课程标准（2017 年版 2020 年修订）》指出，逻辑推理主要包括两类，一类从________的推理，推理形式主要有归纳，类比；一类从________的推理，推理形式主要有演绎。

11.人教版六年级下册《圆柱的认识》

老师：现在我们学一种新的立体图形（出示实物），它们是什么？

学生：圆柱。

老师：请大家回答，圆柱体上下面分别是什么形状？

学生：圆形。

老师：摸一下侧面。你发现什么？

学生：是曲的。

老师：圆柱有多少条高？

学生：无数条。

老师：学到这里，我们小结一下圆柱的特征。

问题：

（1）请根据上述教学片段进行反思。

（2）请结合新课程理念设计一个《圆柱的认识》的教学片段。

12.请设计一节“分数和小数的互化”的课题教学方案。

要求：（1）确定教学目标，突出教学重难点；

（2）有详细的教学步骤；

（3）教学步骤应具有创新性。

【参考答案】

1-5 ACDCC　　　6-9 CCCC

10.特殊到一般，一般到特殊

11.【参考答案】

（1）提问不具有启发性，在学生回答后没有及时评价，没有突显学生的主体。

（2）教学片段如下：

一、复习旧知，渗透学习方法

师：在认识一种几何图形时，通常研究它的两个方面：即它的组成和组成部分之间的关系。今天这节课就用这种方式研究一种新的立体图形。

二、图片引入，探索圆柱的特征

1.课件引出研究问题

教师活动：（1）屏幕上的这些物体都是什么形状的？（课件出示：比萨斜塔、客家围屋、立柱、蜡烛、水杯等）

（2）（课件抽出圆柱的几何模型）今天我们一起研究圆柱的认识。（板书课题）

2.结合实物，初步探索圆柱的组成

教师活动：（1）研究圆柱，我们先要研究圆柱的组成，每个人都有一个圆柱形的物体，

请大家用手摸一摸，看一看，圆柱是由哪几部分组成的？

（2）你能指一指圆柱的高在哪里吗？（学生指，教师划一条侧面上的斜线）这是圆柱的高吗？为什么？两个底面圆心的连线是高吗？高有多少条？

学生活动：独立观察、动手操作。

总结：大家的观察很仔细，确实圆柱是由三部分组成的，两个圆和一个曲面，并且两个圆的面积相等，在圆柱中，两个圆叫圆柱的底面，曲面叫做圆柱的侧面，圆柱有无数条高。

3.设置问题障碍，深化特征的研究

教师活动：（1）通过刚才的研究知道，圆柱是有两个完全一样的圆和一个侧面组成的，是不是任意两个完全相等的圆和一个侧面就一定能组成圆柱呢？（不是）我这里有两个大小完全相同的圆和一个侧面，他们能不能组成一个圆柱呢？（不能）

（2）圆柱的底面和侧面之间又有什么样的关系呢？学生以小组为单位，结合手中的学具进行研究。

（3）谁有办法能让大家很容易看到底面圆和侧面之间的关系？在以前的学习中，还有哪些知识也用到了这一方法？

（4）展开后的长方形和底面圆之间有什么关系？

学生活动：小组讨论，汇报结果。

总结：大家的想法很有创造力，那大家把剪开的圆柱体再围起来，验证一下这位同学的结果。（学生操作）我们可以说，展开后的长方形的长是底面圆的周长，长方形的宽是圆柱的高。

12.【参考答案】

教学目标

（1）知识与技能目标：使学生进一步掌握分数和小数的互化方法，能比较熟练地进行互化；能比较熟练地比较分数、小数的大小。。

（2）过程与方法目标：培养应用所学数学知识解决问题的能力。

（3）情感态度与价值观目标：增加对数学的学习兴趣，提升解决问题的意识。

教学重难点

教学重点：分数和小数的互化方法；

教学难点：比较分数、小数的大小。

教具、学具准备、教学过程

一、导入

1.填空。

（1）0.7 表示（　　）分之（　　），0.09 表示（　　）分之（　　），0.125 表示（　　）分之（　　）。

（2）0.3 表示（　　）分之（　　），写作$\frac{(\quad)}{(\quad)}$。

教师小结：小数实际上是分母为 10、100、1000……的分数的另一种形式。

二、教学过程

出示例 1 把一条 3m 长的绳子平均分成 10 段，每段长多少米?如果平均分成 5 段呢?

（1）学生先独立计算，然后请用小数和用分数表示计算结果的同学，分别板演到黑板上。

①$3\div10=0.3(\mathrm{m})$，$3\div10=\frac{3}{10}(\mathrm{m})$

②$3\div5=0.6(\mathrm{m})$，$3\div5=\frac{3}{5}(\mathrm{m})$

（2）提问：通过刚才同学们的计算，$\frac{3}{10}$m 和 0.3m 有什么关系?

师：这里的 0.3 和$\frac{3}{10}$，0.6 和$\frac{3}{5}$只是两种不同的表示方式，它们分别相等。也就是说 0.3 化成分数是$\frac{3}{10}$，0.6 化成分数是$\frac{3}{5}$。

（3）提问：怎样才能把小数化成分数呢?

教师提示：我们可以先从小数的意义来考虑。一位小数、两位小数、三位小数……分别表示什么?

师：小数表示的就是十分之几、百分之几、千分之……所以可以直接写成分母是 10、100、1000 的分数，再化简。

试着完成教材第 97 页的“试一试”。

$0.07=\frac{7}{(\quad)},0.24=\frac{24}{(\quad)},0.123=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

请学生汇报自己是怎样想的。

学生得出$\frac{24}{100}$不是最简分数，要化成最简分数。所以，把小数化成分数，需要注意什么?

（4）小结方法：小数化成分数时，原来有几位小数，就在 1 后面写几个 0 作分母，原来的小数去掉小数点作分子；化成分数后，能约分的要约分。

（5）学生独立完成教材第 97 页的“做一做”，集体交流。提醒学生注意约分，将转化

结果写成最简分数。

三、巩固练习

完成多媒体上的第 1 题。

四、小结

学完今天这节课，你有哪些收获？

五、作业

课后搜集分数和小数互化相关的小故事。

华图教师 HTEACHER.NET SINCE 2001