函数

一、单项选择题

1. 下列函数中为偶函数的是（　　）

A. $y=\sin x+1$　B. $y=\cos(x-1)$　C. $y=x+1$　D. $y=x^2$

2. 函数 $y=x^2\,(x\geq 0)$ 的反函数为（　　）

A. $y=2^x$　B. $y=\log_2 x$　C. $y=2x$　D. $y=\sqrt{x}$

3. 函数 $f(x)=x^2+x+1$，$g(x)=-x-1$，$h(x)=\dfrac{1}{x}$，下列方程只有一个实数根的是（　　）

A. $f(x)=g(x)$　B. $g(x)=h(x)$　C. $f(x)=h(x)$　D. $g(x)+h(x)=0$

4. 已知 $f(x)=2\sin^2\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)-1$ 的对称中心和最近的对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{4}$，将 $f(x)$ 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，得到新函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

A. $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$　B. $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

C. $y=\sin\left(4x+\dfrac{3\pi}{2}\right)$　D. $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)$

5. 已知函数 $f(x)=\ln\left(2x+\sqrt{4x^2+1}\right)-\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$，若 $f(a)=1$，则 $f(-a)=$（　　）

A.0　B. -1　C. -2　D. $-\dfrac{3}{2}$

6. 在△ABC 中，若 $\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，则△$ABC$ 的形状是（　　）

A.锐角三角形　B.直角三角形　C.钝角三角形　D.不能确定

7. 设函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(x)=f(-x)$，$f(x)=f(2-x)$，且当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x^3$。函数 $g(x)=|\cos(\pi x)|$，令函数 $h(x)=g(x)-f(x)$，则函数 $h(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$ 上零点的个数为（　　）

A.5　B.6　C.7　D.8

8. 已知反比例函数的图像经过 $Q(a,\ a)$，则这个函数的图像位于（　　）

A.第一、三象限　B.第二、三象限　C.第二、四象限　D.第三、四象限

9. 若抛物线 $y=x^2-2x+c$ 与 y 轴的交点为 $(0,-3)$，则下列说法不正确的是（　　）

A.抛物线开口向上　　B.抛物线的对称轴是 $x=1$

C.当 $x=1$ 时，y 的最大值为 -4　　D.抛物线与 x 轴的交点为 $(-1,0)$，$(3,0)$

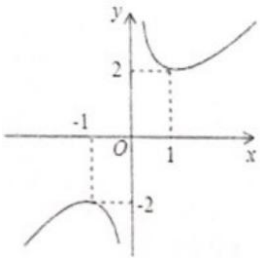
10. 函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图像如图所示，下列对该函数性质的论断不可能正确的是（　　）

A.该函数的图像是中心对称图形

B.当 $x>0$ 时，该函数在 $x=1$ 时取得最小值 2

C.在每个象限内，y 的值随 x 值的增大而减小

D. y 的值不可能为 1



答案及解析

1. D【解析】A 选项，令 $y=f(x)=\sin x+1$，$f(-x)=\sin(-x)+1=-\sin x+1\neq f(x)$，A 选项不满足条件；B 选项，令 $y=f(x)=\cos(x-1)$，$f(-x)=\cos(-x-1)=\cos(x+1)\neq f(x)$，B 选项不满足条件；C 选项，令 $y=f(x)=x+1$，$f(-x)=-x+1\neq f(x)$，C 选项不满足条件；D 选项，令 $y=f(x)=x^2$，且 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$，D 选项满足条件。故本题选 D。

2. D【解析】$y=x^2(x\geq 0)$ 经反解后可得 $x=\sqrt{y}(y\geq 0)$，故函数 $y=x^2(x\geq 0)$ 的反函数为 $y=\sqrt{x}(x\geq 0)$。故本题选 D。

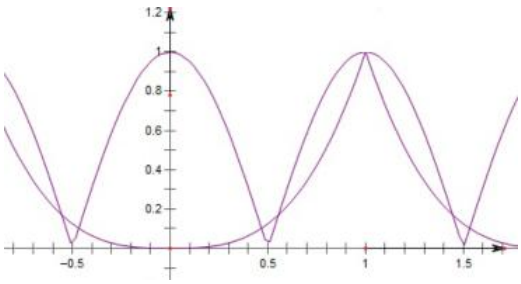
3. C【解析】A 选项中，$f(x)=g(x)$，即 $x^2+x+1=-x-1$，移项得 $x^2+2x+2=0$，$\Delta=4-4\times1\times2=-4<0$，则方程无实根，故 A 错误；B 选项中，$g(x)=h(x)$，即 $-x-1=\frac{1}{x}$，移项通分得 $\frac{x^2+x+1}{x}=0$，只要求 $x^2+x+1=0$，$\Delta=1-4\times1\times1=-3<0$，则方程无实根，故 B 错误；C 选项中，$f(x)=h(x)$，即 $x^2+x+1=\frac{1}{x}$，移项通分得 $\frac{x^3+x^2+x-1}{x}=0$，只要求 $x^3+x^2+x-1=0$，令 $f_1(x)=x^3+x^2+x-1$，$f_1'(x)=3x^2+2x+1$，$f_1'(x)>0$，则 $f_1(x)=x^3+x^2+x-1$ 是单增函数，有一个实根，故 C 正确；D 选项中，$g(x)+h(x)=0$，即 $-x-1+\frac{1}{x}=0$，移项通分得 $\frac{x^2+x-1}{x}=0$，只要求 $x^2+x-1=0$，$\Delta=1-4\times1\times(-1)=5>0$，则有两个实根，故 D 错误。故本题选 C。

4. A【解析】$f(x)=2\sin^2\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)-1=-\cos\left(2\omega x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(2\omega x)$，又对称中心与最近对称轴的距离为 $\frac{\pi}{4}$，即 $\frac{1}{4}T=\frac{\pi}{4}$，所以 $\omega=1$，则 $f(x)=\sin 2x$，三角函数伸缩平移，向左平移，左加右减，$g(x)=\sin 2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$。故本题选 A。

5. B【解析】令 $g(x)=\ln\left(2x+\sqrt{4x^2+1}\right)$；$h(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$，则 $g(-x)=\ln\left(-2x+\sqrt{4x^2+1}\right)=\ln\left(\frac{1}{2x+\sqrt{4x^2+1}}\right)=-\ln\left(2x+\sqrt{4x^2+1}\right)=-g(x)$，即 $h(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^x+1}=-h(x)$，$f(-a)=f(-a)=g(-a)+h(-a)=-[g(a)+h(a)]=-f(a)=-1$。故本题选 B。

6. C【解析】由正弦定理可知 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$，进一步化简为 $\sin A=\frac{a}{2R}$，$\sin B=\frac{b}{2R},\sin C=\frac{c}{2R}$，由于 $\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，故可得 $a^2+b^2<c^2$，由余弦定理可知 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0$，故△$ABC$ 为钝角三角形。故本题选 C。

7. A【解析】由 $f(x)=f(2-x)$，可得 $f(x)=f(x-2)$，即 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的周期为 $T=2$，且同时有 $f(x)=f(-x)$，即函数 $f(x)$ 为偶函数，故根据题意画出 $f(x)$ 模拟图像。设 $h(x)=\cos(\pi x)$，即 $h(x)$ 为偶函数，且周期为 $T=2$，进一步将函数 $h(x)$ 的图像画出 $g(x)=|\cos(\pi x)|$ 的模拟图像。由图像可知满足条件的点有 5 个。故本题选 A。



8. A【解析】设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，由反比例函数的图像经过 $Q(a,\ a)$，将 $Q(a,\ a)$ 代入解析式得 $a=\frac{k}{a}$，即 $k=a^2>0$，故函数的图像位于第一、三象限。故本题选 A。

9. C【解析】把 $(0,-3)$ 代入 $y=x^2-2x+c$ 得 $c=-3$，则抛物线为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4=(x+1)(x-3)$，A 选项，$a=1>0$，则抛物线开口向上，故正确；B 选项，抛物线的对称轴是 $x=1$，故正确；C 选项，当 $x=1$ 时，y 的最小值为 -4，故错误；D 选项，抛物线与 x 轴的交点为 $(-1,0)$，$(3,0)$，故正确。故本题选 C。

10. C【解析】A 选项，由图可得，该函数的图像关于原点对称，是中心对称图形，故正确；B 选项，当 $x>0$ 时，该函数在 $x=1$ 时取得最小值 2，故正确；C 选项，在第一象限，①当 $0<x<1$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小，且 $y>2$，②当 $x\geq 1$ 时，y 的值随 x 值的增大而增大，故错误；D 选项，y 的最小值为 2，故不可能为 1，故正确。故本题选 C。